

Classes de troisième et de seconde

Fonctions

- Vocabulaire associé : ensemble de départ (ou de définition), ensemble d'arrivée, image, antécédent.
- Diagramme sagittal. Composition de fonctions.
- Exemples d'applications d'un ensemble fini dans un autre, de \mathbb{N} dans \mathbb{N} , de \mathbb{Q} dans \mathbb{Q} ...
- Exemples d'applications du plan dans lui-même : translations, rotations...
- Notion d'jection, de surjection, de bijection. Notion de bijection réciproque.
Le travail sur ces notions se fera notamment par l'étude des transformations géométriques du plan (rotations, symétries axiales, translations, homothéties, projections orthogonales...) et des fonctions d'un ensemble fini dans un autre.
Exemples : quelle est la bijection réciproque d'une homothétie de rapport k et de centre O , d'une translation de vecteur \overrightarrow{AB} , d'une symétrie axiale...
- Propriétés : la composée de deux injections est une injection, de deux surjections est une surjection. Réciproques partielles.
- Dénombrement des injections/surjections/bijections entre deux ensembles de petits cardinaux.
- Propriété : le nombre de permutation d'un ensemble à n éléments est $n!$.
- Application à des problèmes de dénombrement : carré magique, carré latin, sudoku...

Arithmétique

- Critères de divisibilité par 4, 6, 7, 8... utilisation et démonstration de leur validité.
- Décomposition d'un nombre en facteurs premiers.
- PGCD et PPCM de deux nombres entiers a et b : méthode de calcul à partir des décompositions en facteurs premiers de a et b .
- Propriété : $PPCM(a, b) \times PGCD(a, b) = a \times b$
- Approfondissement possible : PGCD et PPCM de plusieurs nombres.
- Utilisation du PPCM pour sommer deux (ou plus) fractions.
- Utilisation de la division euclidienne pour déterminer l'écriture décimale de certains nombres rationnels.

Calcul

- Calculs sur les radicaux (racine carrée, et éventuellement racine cubique) produits et quotients de deux radicaux.
- Calculs sur les puissances (positives ou négatives) : produits, quotients, radicaux.
- Calcul (sans calculatrice) de la valeur approchée de la racine carrée d'un entier.
- Identités remarquables $(a + b)^3$, $(a + b + c)^2$
- Introduction des coefficients binomiaux par le calcul de $(a + b)^n$ pour $n = 3, 4, 5\dots$ triangle de Pascal et calcul des coefficients binomiaux.

Equations

- Inéquations du premier degré.
- Méthodes de résolution de systèmes d'équations.
- Systèmes de 2 équations à deux inconnues.
 - En classe de seconde : systèmes de n équations à n inconnues pour $n = 2, 3 \dots$
- Résolutions des équations et inéquations du second degré.
- Equation $x^n = a$: nombre de solutions en fonction de la parité de n et du signe de a . Racines énièmes, notation $a^{1/n}$.

Géométrie

- Les vecteurs :
 - Vecteur associé à une translation. La composée d'une translation de vecteur \vec{u} par une translation de vecteur \vec{v} est une translation de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.
 - Lien entre vecteurs et homothéties : N est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k si et seulement si $\overrightarrow{ON} = k \times \overrightarrow{OM}$.
 - Expression d'une translation ou d'une homothétie en fonction des coordonnées dans un repère orthonormé.
 - Lien entre vecteurs et parallélogrammes : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow ABDC$ est un parallélogramme.
- Trigonométrie :
 - Relations $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$, $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ et utilisation dans le cadre de résolution d'équations.
 - Loi des cosinus (théorème d'Al-Kashi).
- Etude de lieux géométriques.

Symétries et translations

- Les transformations du plan étudiées dans ce chapitre sont : les translations, les symétries centrales, les symétries axiales dont l'axe est vertical ou horizontal.
- Expression de chacune de ces transformations à l'aide des coordonnées dans un repère orthonormé.
- Bijections réciproques.
- Propriété à savoir démontrer : la composée de deux symétries centrales est une translation.
- Image d'une courbe de fonction par symétrie ou par translation : l'image de la courbe de f par translation de vecteur $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est la courbe de $x \rightarrow f(x - a) + b$, etc.
- Centre de symétrie et axe de symétrie de la courbe représentative d'une fonction. Méthode de détermination. Lien avec les fonctions paires et impaires.

Relations

- Relations d'équivalences et partitions.
- Exemples géométriques : le parallélisme est une relation d'équivalence pour les droites du plan, avoir la même abscisse est une relation d'équivalence pour les points, être semblable est une relation d'équivalence pour les triangles.
- Notion de direction d'une droite, ou d'un vecteur.
- Exemples « concrets » : être dans la même classe est une relation d'équivalence sur les élèves d'un collège.
- Dénombrement des partitions d'un ensemble fini de petite taille.
- Approfondissement possible : relations d'ordre.

Introduction à la théorie des jeux

On ne considérera que des jeux à 2 joueurs, qui jouent alternativement.

- Définition d'une position gagnante, d'une position perdante.
- Définition d'une stratégie gagnante.
- Représentation d'un jeu par un arbre, ou par un graphe.
- Exemple des jeux étudiés : jeu de Bachet, jeu de Wythoff...

Logique mathématique

La logique mathématique ne constitue pas une section à part, mais prend place naturellement dans tous chapitres du programme. Notions abordées :

- Quantificateur universel et existentiel. Négation d'une proposition contenant des quantificateurs.
- Contraposition.
- Raisonnement par l'absurde.
- Raisonnement par disjonction de cas.